

# Aufbau einer Sterbetafel

---

## Vorgeschlagene Zitation

Luy, Marc: Aufbau einer Sterbetafel. Online verfügbar unter [lebenserwartung.info](http://lebenserwartung.info). (PDF-Datei heruntergeladen am [Datum]).

---

Um die Sterblichkeit in einer Bevölkerung richtig zu analysieren, müssen die zugrunde liegenden Daten in einer adäquaten Weise ausgewertet werden. Für derartige Fragestellungen verwendet man in der Regel das Instrument der Sterbetafel, da diese die vollständigste statistische Beschreibung der Mortalität liefert. Sie veranschaulicht auf der Grundlage von beobachteten Sterbefällen die Entwicklung einer konstruierten (Sterbetafel-) Bevölkerung in ihrer gesamten Lebenszeit und liefert darüber hinaus Aussagen über die Sterbe- bzw. Überlebensverhältnisse in den verschiedenen Altersstufen. Dadurch ermöglicht die Sterbetafel vielfältige Einblicke in die Mechanismen der Sterblichkeit einer Population. Dabei sind ihre verschiedenen Parameter logisch abgeleitet und interpretierbar. Die wichtigsten Elemente einer Sterbetafel werden im Folgenden am Beispiel der deutschen Sterbetafel 2003/2005 dargestellt.

### *Ausschnitt aus der Sterbetafel 2003/2005 für Deutschland, Männer*

---

Alter x	Sterbewahrscheinlichkeit von Alter x bis x+1	Überlebende Personen im Alter x	Von den Personen im Alter x durchlebte Jahre	Durchschnittliche Lebenserwartung im Alter x
0	0,00451084	100.000	99.621,32	76,21
1	0,00038944	99.549	99.529,53	75,56
2	0,00020135	99.510	99.500,13	74,58
3	0,00018239	99.490	99.481,04	73,60
4	0,00014866	99.472	99.464,57	72,61
5	0.00012825	99.457	99.450,80	71,62
...	...	...	...	...
95	0,28021908	3.698	3179,90	2,65
96	0,29930863	2.662	2263,42	2,49
97	0,31873354	1.865	1567,85	2,34
98	0,33843726	1.271	1055,60	2,21
99	0,35836379	841	689,97	2,08
100	0,37845799	539	437,29	1,97

---

Quelle: Statistisches Bundesamt

Die Schlüsselvariable der Sterbetafel ist die Sterbewahrscheinlichkeit  $q(x)$ . Sie gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der eine Person, die das Alter  $x$  erreicht hat, vor Vollendung des nächsten Alters  $x+1$  stirbt. Die Sterbewahrscheinlichkeit ist definiert als die Anzahl der Sterbefälle im Alter  $x$  geteilt durch die Zahl der Personen, die das Alter  $x$  erreicht haben und somit dem Risiko ausgesetzt sind, im Alter  $x$  zu sterben. Aus den  $q(x)$ -Werten lassen sich direkt die Überlebenswahrscheinlichkeiten  $p(x)$  ableiten, also die jeweilige Wahrscheinlichkeit, vom Alter  $x$  aus das Alter  $x+1$  lebend zu erreichen. Es gilt:

$$p(x) = 1 - q(x).$$

Die eigentliche Sterbetafelfunktion wird mit  $l(x)$  bezeichnet und gibt die Anzahl der Personen an, die von einem fest vorgegebenen Ausgangsbestand  $l(0)$  (die so genannte Radix) ausgehend das Alter  $x$  vollendet haben. Es ist wichtig zu verstehen, dass die  $l(x)$ -Werte in dieser Spalte nur Aussagekraft in Bezug auf die Radix haben und keine tatsächlich beobachteten Personen beschreiben. Geht man von  $l(0) = 100.000$  Neugeborenen aus, dann folgt für obiges Beispiel

$$l(1) = 100.000 \cdot p(0) = 100.000 \cdot [1 - q(0)] = 100.000 \cdot 0,99549 = 99.549$$

$$l(2) = 99.549 \cdot p(1) = 99.549 \cdot [1 - q(1)] = 99.549 \cdot 0,99961 = 99.510$$

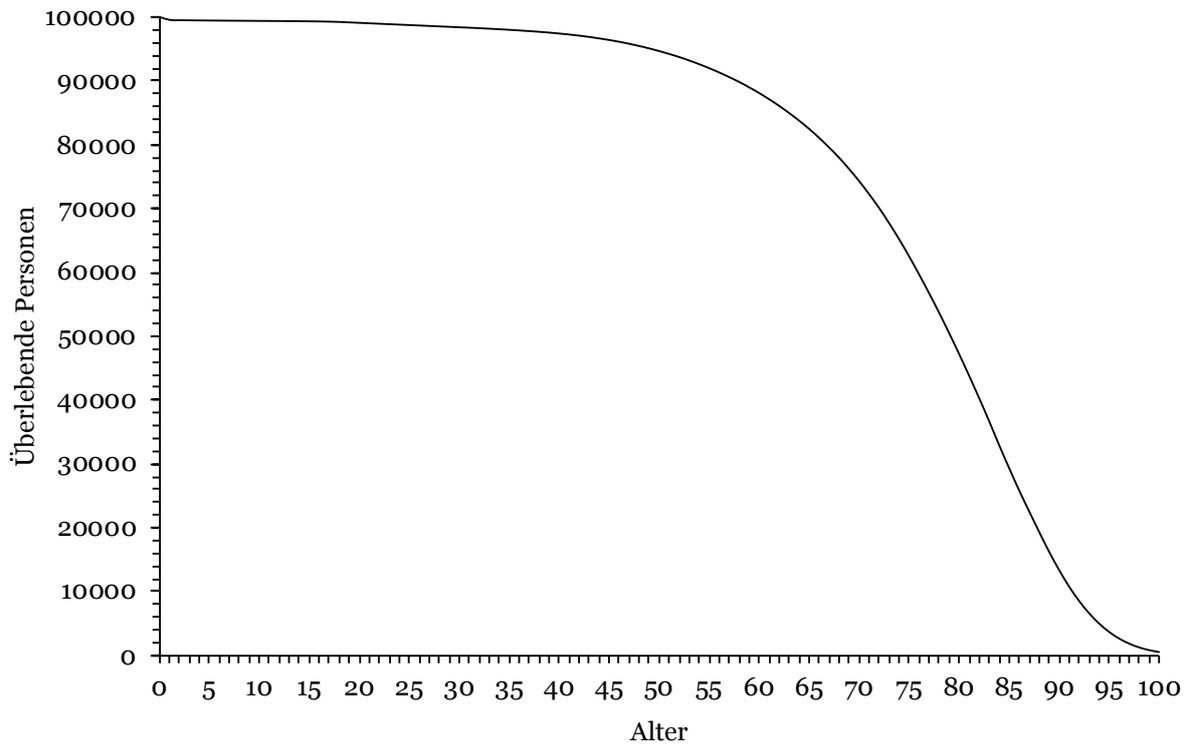
usw. Ganz allgemein ergeben sich die  $l(x)$ -Werte für jedes exakte Alter  $x$  aus der Multiplikation der Anzahl im vorherigen Alter noch lebenden Personen mit der Wahrscheinlichkeit, von diesem Alter aus das Alter  $x$  zu erreichen, also

$$l(x) = l(x-1) \cdot p(x-1).$$

Die Verbindung sämtlicher  $l(x)$ -Werte bildet den auch als „Absterbeordnung der Sterbetafelbevölkerung“ bezeichneten Sterbetafelverlauf (daneben sind auch die Bezeichnungen „Überlebenskurve“ oder „Survivalverlauf“ gebräuchlich). Auf der nächsten Seite ist als Beispiel der Survivalverlauf der Sterbetafel 2003/2005 für Männer in Deutschland dargestellt.

Genau genommen stellen jedoch auch die einzelnen  $l(x)$ -Werte nichts anderes als Wahrscheinlichkeitswerte dar, nämlich die so genannten „Erlebenswahrscheinlichkeiten“. Diese beschreiben die Wahrscheinlichkeit, vom Startpunkt der Sterbetafel (also von der Geburt) aus ein bestimmtes Alter  $x$  zu erreichen (zu erleben). Der wesentliche Grund für den Ausdruck dieser Wahrscheinlichkeiten in Form von Personen (Wahrscheinlichkeit multipliziert mit der Radix) liegt in der einfacheren Handhabung der Zahlen und der verständlicheren Veranschaulichung dieser Sterbetafelfunktion. Aus demographischer Sicht stellt der Survivalverlauf eigentlich die bedeutendste Funktion der Sterbetafel dar, da hier das gesamte Sterblichkeitsmuster einer Population abgebildet ist. Die folgenden Berechnungen, die zur Bestimmung des Parameters „Lebenserwartung im Alter  $x$ “ führen und prinzipiell einer etwas anderen Logik folgen, sind daher nicht in jedem Fall erforderlich.

### Survivalverlauf der Sterbetafel 2003/2005 für Deutschland, Männer



Quelle: Statistisches Bundesamt; eigene Darstellung

Der nächste hierfür notwendige Schritt ist die Bestimmung der (in obiger Tabelle nicht dargestellten) Anzahl der von den  $l(x)$ -vielen Überlebenden im Alter  $x$  vor Vollendung der nächsten Altersstufe  $x+1$  gestorbenen Mitglieder der Sterbetafelbevölkerung. Die mit  $d(x)$  bezeichneten Werte dieser Sterbetafelfunktion entsprechen also der Menge der Personen, die nach Vollendung des  $x$ -ten Lebensjahres und vor Erreichen des  $x+1$ -ten Lebensjahres sterben. Die  $d(x)$ -Werte lassen sich entweder aus

$$d(x) = l(x) \cdot q(x)$$

oder aus

$$d(x) = l(x) - l(x+1)$$

berechnen. Die Verstorbenen im Alter  $x$  können also entweder aus dem Produkt der Anzahl überlebender Personen im Alter  $x$  und der Wahrscheinlichkeit in dieser Altersstufe zu sterben oder aus der Differenz der Überlebenden im Alter  $x$  und den Überlebenden im Alter  $x+1$  ermittelt werden.

Aus den bisher gewonnenen Informationen lässt sich nun die nächste Sterbetafelfunktion, die von der Sterbetafelbevölkerung im Alter  $x$  durchlebten Jahre  $L(x)$  bestimmen (siehe Tabelle). Jedes Mitglied der Sterbetafel, das von Alter  $x$  bis  $x+1$  überlebt hat, trägt exakt ein Jahr zu dem entsprechenden  $L(x)$ -Wert bei, während die im Alter  $x$  verstorbenen Personen zu dem jeweiligen  $L(x)$ -Wert nur den von ihnen durchschnittlich im Intervall gelebten Anteil beisteuern. Dieser wird im Englischen als „fraction of last age interval of life“ bezeichnet und mit  $f(x)$

abgekürzt. Für den häufigen Fall, dass sich die  $f(x)$ -Werte nicht aus dem zugrunde liegenden Datenmaterial bestimmen lassen, wird in der Regel  $f(x) = 0,5$  angenommen. Diese Festlegung bedeutet, dass die im jeweiligen Altersintervall Verstorbenen im Durchschnitt noch die Hälfte des Intervalls gelebt haben. Bei Sterbetafeln für Einzelaltersstufen ist diese einfache Annahme für alle oberhalb von Alter 0 liegenden Altersstufen durchaus akzeptabel. Da sich Säuglingssterbefälle in der Regel in zeitlicher Nähe der Geburt ereignen, wird für  $f(0)$  in der Regel ein Wert zwischen 0,1 und 0,2 eingesetzt. Gemäß der zugrunde liegenden Logik muss der Wert für  $L(x)$  immer zwischen den Größen  $l(x)$  und  $l(x+1)$  liegen. Die Summe der im Alter  $x$  gelebten Jahre der Sterbetafelbevölkerung berechnet sich dann nach der Formel

$$L(x) = l(x+1) + f(x) \cdot d(x).$$

Für das letzte Altersintervall können die gelebten Jahre der Sterbetafelpopulation nicht nach dieser Formel bestimmt werden können. In den meisten Fällen wird dieser Wert durch den Quotienten aus entsprechendem  $l(x)$ -Wert und der altersspezifischen Sterberate (siehe Ausführungen zu „Berechnungsmethoden“ auf dieser Webseite) in dieser Altersstufe geschätzt.

Die Aufsummierung sämtlicher  $L(x)$ -Werte ergibt schließlich alle von der Sterbetafelbevölkerung gelebten Personenjahre. Aus der Division dieses Wertes mit der Radix  $l(0)$  (dem Ausgangsbestand) erhält man die durchschnittliche Lebenserwartung bei Geburt, die mit  $e(0)$  abgekürzt wird. Gemäß der logischen Herleitung dieses Maßes gibt es die durchschnittliche Anzahl an Lebensjahren (also das durchschnittliche Sterbealter) der Sterbetafelbevölkerung wieder. Die durchschnittliche Lebenserwartung lässt sich in gleicher Weise für jedes Alter  $x$  berechnen, in dem alle ab diesem Alter gelebten Personenjahre addiert und durch die  $l(x)$ -vielen Überlebenden im Alter  $x$  geteilt werden. Die entsprechenden  $e(x)$ -Werte werden entweder als durchschnittliche Lebenserwartung im Alter  $x$ , als Restlebenserwartung im Alter  $x$ , als fernere Lebenserwartung im Alter  $x$  oder als „thanatologisches“ Alter  $x$ -Jähriger bezeichnet.

Die in der Sterbetafel dargestellte Sterbetafelbevölkerung wird in der Demographie auch als stationäre Bevölkerung bezeichnet. Bei Anwendungen des Sterbetafelkonzepts sorgt gerade diese Bezeichnung für Verwirrung und zum Teil für falsche Interpretationen und Anwendungen. Stationäre Bevölkerung bedeutet hier lediglich, dass die in der Sterbetafel dargestellte Modellbevölkerung stationär ist. Diese besteht, wie oben beschrieben, aus einer vorgegebenen Anzahl an Geburten (in der Regel 100.000), die dann alle im Verlauf der nächsten etwa einhundert Jahre in unterschiedlichen Altersstufen sterben. Somit stehen in der Sterbetafelbevölkerung den 100.000 Geburten auch genau 100.000 Sterbefälle gegenüber. Da in dieser Population also ebenso viele Personen sterben wie geboren werden, handelt es sich automatisch um eine stationäre Bevölkerung. Andernfalls müssten entweder die Geburten oder die Sterbefälle eine höhere oder niedrigere Anzahl annehmen. Im Modell der Sterbetafel ist dies aber unmöglich.

Das bedeutet jedoch nicht, dass die reale Bevölkerung, für die eine Sterbetafel konstruiert wird, ebenfalls stationär sein muss oder dass dies für die reale Bevölkerung angenommen wird. Grundlage für die Konstruktion der Sterbetafel sind lediglich die realen Sterblichkeitsverhältnisse, d.h. die konkreten altersspezifischen Sterberaten bzw. die aus ihnen abgeleiteten Sterbewahrscheinlichkeiten (siehe Ausführungen zu „Berechnungsmethoden“ auf dieser Webseite). Nur hierin stimmen die reale und die dazugehörige Sterbetafelbevölkerung überein. Während die Altersstruktur und damit auch das durchschnittliche Sterbealter der tatsächlichen Bevölkerung durch Schwankungen in den Geburtenzahlen (die so genannte

„Geburtdichte“), sich verändernden Sterblichkeitsverhältnissen sowie Zu- und Abwanderung und äußere Einflüsse wie Kriege gestaltet werden, geschieht dies bei der Sterbetafelbevölkerung ausschließlich durch die altersspezifische Sterblichkeit. Kein Individuum wandert ab, keines kommt hinzu und auch die Zahl von 100.000 Geburten ist unveränderlich. Daher ist jede Sterbetafel per Definition stationär, ohne dass dies irgend etwas mit der Dynamik und der Zusammensetzung der betrachteten realen Bevölkerung zu tun hätte.